

1.2.3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ СЧИТЫВАНИЯ ОПЕРАТОРОМ ПОКАЗАНИЙ СТРЕЛОЧНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА

Статистика есть наука о том, как, не умея мыслить и понимать, заставить делать это цифры. (В. О. Ключевский)

В настоящем разделе описаны процедуры метода доверительных интервалов, используемые при сравнении как среднеквадратичных отклонений, так и средних значений нормально распределённых случайных величин.

Существенным слагаемым суммарной погрешности прямого измерения является субъективная погрешность оператора [1]. Чаще всего такая погрешность обусловлена считыванием показания со шкалы стрелочного измерительного прибора. Основные затруднения возникают у оператора при определении на глаз доли расстояния, отсекаемого стрелкой прибора, остановившейся между двумя делениями шкалы. С задачей деления расстояния на глаз при считывании связана и обратная задача - установление стрелки, которая должна разделить расстояние между двумя штрихами в заданном соотношении. Подобные задачи возникают также при использовании логарифмической линейки, графиков и номограмм в инженерных расчетах [2].

Обозначим: X - действительное значение доли, показанное стрелкой, $X \in [0; 1]$; \hat{X} - показание оператора; $\Delta = X - \hat{X}$ - погрешность показания оператора.

В литературе приведены лишь качественные оценки погрешности Δ . В результате обобщения результатов считывания показаний штангенциркуля установлено [1, с. 102], что погрешность считывания опытным механиком характеризуется малым разбросом, но существенной систематической составляющей, что объясняется неверными навыками, а у молодых инженера и слесаря - большим разбросом и несущественной систематической составляющей, что обусловлено отсутствием опыта.

Других сколько-нибудь обстоятельных исследований этого вопроса в литературе не обнаружено.

Целями одноимённого исследования (Цейтлин Н. А. - В. кн.: *Метрологическое обеспечение измерений параметров состава и свойств веществ и материалов на предприятиях и в организациях химической промышленности. Труды. Т. 67 / ХНПО "Карбонат". - Харьков, 1988 - с. 89- 103*) являлись: развитие наглядного статистического метода сравнения систематических и случайных составляющих погрешностей и описание закона распределения исследуемой погрешности Δ в зависимости от различных факторов. Основными из них являются: факторы, характеризующие личность оператора (возраст, пол, опыт, профессия, заинтересованность в получении большого или малого значения измеряемой величины, дефект зрения, самочувствие); факторы, характеризующие влияние обстановки (интенсивность и вид освещения шкалы; расстояние между глазами оператора и шкалой, шум, мигание света, вибрация прибора, стрелки, пола помещения, температура воздуха в помещении, ветер, дождь, положение стрелки между глазом оператора и шкалой, между штрихами, дефекты углов поворота луча зрения оператора по отношению к плоскости шкалы, стрелки, штрихов, углы между стрелкой и штрихами, продолжительность фиксации взгляда на шкалу); влияние конструктивных и геометрических особенностей стрелки и шкалы (толщина стрелки и штрихов, расстояние между штрихами, радиус кривизны шкалы; «стрелкой» может служить мениск прозрачной или окрашенной жидкости в термометре, барометре, бюретке; шкала может быть нанесена на линейки, прозрачные трубки различных длин и диаметров); длина и цена деления шкалы (обычно цены деления шкалы кратны числам 1; 2; 2,5; 5).

В настоящем исследовании варьировались лишь такие факторы: «профессия оператора», $q \in \{1, 2, 3\}$ (где числами обозначены: 1 - математик (студент, неопытный оператор); 2 - технолог (химических производств); 3 - химик-аналитик (специалист по химическому анализу веществ); операторы $q \in \{2; 3\}$ - опытные); длина деления шкалы, d , мм, и действительное значение X доли, показанное стрелкой. Остальные факторы фиксировались на благоприятных уровнях.

Исследования выполнены в два этапа. В первом этапе исследований принимали участие 24 студентки (средний возраст 21 год) механико-математического факультета ХГУ на занятиях нашего спецкурса по прикладным методам математической статистики.

Показания штангенциркуля. Математикам 31 раз был предъявлен штангенциркуль с ценой деления на нониусе 0,05 мм, раскрытый на пяти различных фиксированных с помощью зажима действительных положениях нониуса (табл. 1). Стрелкой является штрих на нижней шкале, устанавливаемый под парой штрихов на верхней шкале; длина деления $d = 1$ мм.

Показания стрелки на рисунках. Математикам 324 раза предъявлялись карточки с 22 изображениями отрезка прямой линии длиной $d = 100$ мм, ограниченного двумя штрихами. Третий штрих («стрелка») был расположен произвольно (табл. 1).

Во втором этапе исследований принимали участие опытные операторы-технологи (один мужчина и 23 женщины в возрасте от 22 до 50 лет) и химики-аналитики (один мужчина и 19 женщин в возрасте от 18 до 36 лет).

На тестовой таблице (рис. 1) изображено 24 положения стрелки между делениями в действительных положениях $X_j (j = \overline{1,24})$ (табл. 1), определенных с помощью таблицы случайных чисел (неслучайно лишь $X_{22} = 1$; положения Э, М при $X_j > 1$ в дальнейшем анализе (рис. 5) условно отнесены к положениям внутри интервала $[0, 1]$). Длина деления шкал в таблице $d = 100$ мм. Затем таблица была сфотографирована и уменьшена в 20 раз ($d = 5$ мм). Все изображения были предъявлены операторам по одному разу (табл. 1).

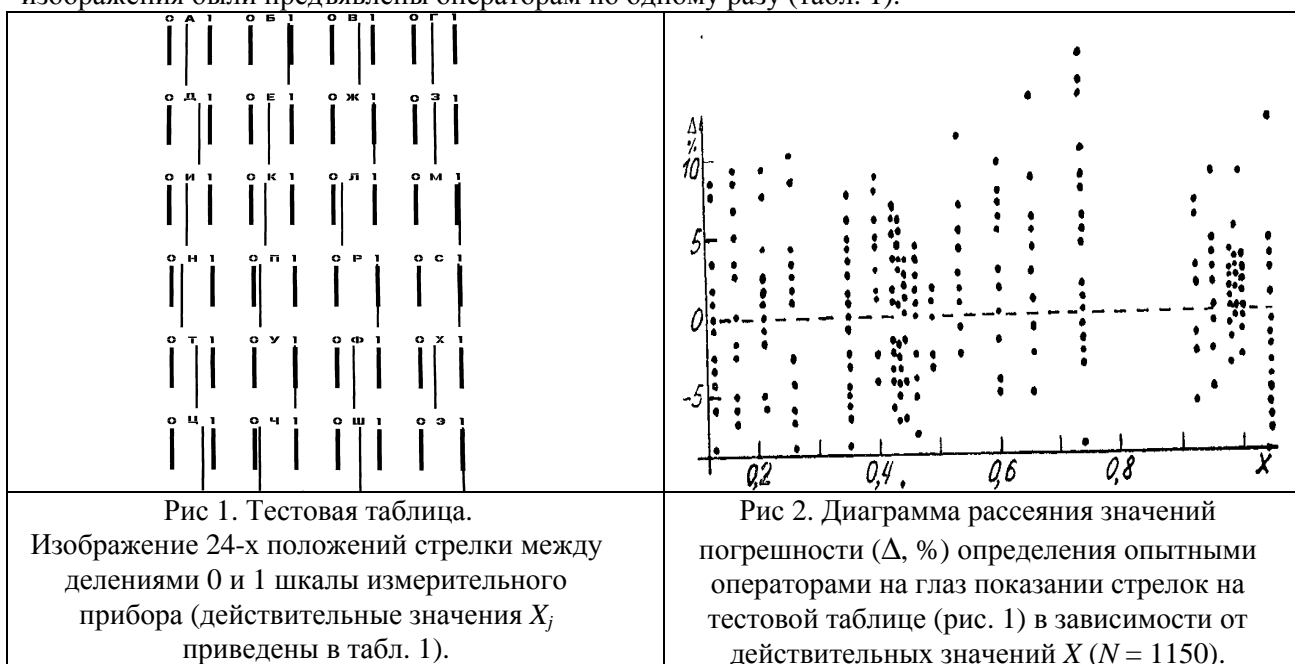


Диаграмма рассеяния погрешности (рис. 2) скопирована с распечатки АЦПУ ЭВМ ЕС-1045.

В общем случае для аналитического описания закона распределения случайной величины Δ достаточно знать оценки четырех параметров: математического ожидания $\bar{\Delta} \rightarrow \nu$, дисперсии $S^2 \rightarrow \sigma^2$, коэффициентов асимметрии $\hat{\nu} \rightarrow \gamma$ и эксцесса $\hat{\psi} \rightarrow \psi$ [3, с. 135]. Эти оценки, в свою очередь, являются функциями исследуемых факторов q, d, X . Задача обработки данных, таким образом, сводится к поиску функций, подходящим образом описывающих зависимости оценок параметров от факторов [4].

Перед началом обработки данных отдельные погрешности Δ_j были объединены в группы, обусловленные одной профессией операторов (q), одинаковыми длинами делений шкалы (d) и действительными значениями доли (X).

Сгруппированные таким образом данные обычно обрабатывают методом дисперсионного анализа [4, с. 372].

Использование программы дисперсионного анализа [5] привело к образованию большого числа таблиц расчета (получены средние Δ_j , среднеквадратические отклонения (СО) S_j для каждой группы, таблицы корреляций, попарных сравнений средних в группах и дисперсионного анализа. Всего - 47 стр. текста). Представить в отчете такой материал кратко и наглядно трудно.

Для решения подобных задач в работе [6] предлагается пользоваться простым методом доверительных интервалов (МДИ). Результаты статистической обработки данных с помощью МДИ не только простые, наглядные, компактно представляемые и облегчают интерпретацию, но

практически совпадают с результатами расчётов традиционным методом дисперсионного анализа [5]. В настоящем разделе описаны **процедуры использования МДИ при сравнении СО и средних значений погрешностей.**

Обычно доверительные интервалы (ДИ) для параметров изображаются просто для иллюстрации погрешности измерения. Однако такое представление оценок можно совместить с проверкой статистических гипотез. МДИ заключается в сопоставлении приведенных на графике ДИ, которые построены для сравниваемых параметров с доверительной вероятностью $1 - P$, зависящей от заданного критического уровня значимости α_* и числа l проверяемых нулевых

Таблица 1

Погрешности при считывании оператором показаний со шкал с различной длиной деления (d).

Фрагмент таблицы опытных данных

Погрешность (Δ , %) (студентов-математиков)				ДЗ* на рис. 1		Погрешность (Δ , %)**		
d = 1мм		d = 100 мм		Код	X, %	Технологов d = 100 мм	аналитиков	
ДЗ, X, %	Δ , %	ДЗ, X, %	Δ , %				d = 100 мм	d = 5 мм
10	7	1	1	Ч	11,7	-3,7	-6,7	3,3
40	0	3	4	П	15,5	-0,5	-3,5	9,5
64	2	6	2	Л	20,6	1,4	-5,6	-0,6
91	-1	8	1	Н	24,9	1,1	-4,9	0,1
10	-3	38	9	К	34,6	1,4	3,4	0,4
40	7	40	6	Х	35,1	1,9	4,9	4,9
64	-9	43	-3	Ф	39,8	4,2	8,2	5,2
91	6	44	-4	А	41,9	-1,9	3,1	-4,9
10	0	47	1	И	42,9	-2,9	2,1	-3,9
40	5	48	3	Е	44,5	0,5	0,5	3,5
64	-4	50	-2	Г	45,7	0,3	2,3	-5,7
91	5	52	2	З	48,7	-0,7	1,3	-0,7
10	-7	53	1	Ш	53,4	-1,4	4,6	1,6
40	0	54	-2	Т	60,5	-2,5	1,5	4,5
64	4	55	0	В	66,2	0,8	8,8	3,8
91	7	56	-2	Д	74,2	3,8	5,8	5,8
10	-2	57	-5	Ц	74,4	0,6	5,6	5,6
40	5	95	-2	Б	93,5	1,5	4,5	5,5
64	11	96	3	С	96,1	0,9	1,9	1,9
91	2	97	0	У	98,9	0,1	0,1	-0,9
10	0	98	-2	Р	99,0	-0,5	1,0	0,0
40	6	99	-1	Ж	100,0	0,0	0,0	0,0
64	-4	1	1	Э	101,4	-0,4	0,6	-1,4
91	4	3	3	М	106,0	0,0	-3	-1,0
...

Примечания. * Действительное значение. ** Тестовая таблица приведена на рис. 1.

гипотез (гипотез о равенстве параметров). Нулевые гипотезы не отклоняются в случаях, когда соответствующие сравниваемым параметрам доверительные интервалы перекрываются.

При сравнении СО и средних значений погрешностей рекомендуется использовать **МДИ в следующей последовательности.** Сначала сравниваются СО S_i в группах ($j = \overline{1, m}$). Если все СО однородны, их усредняют и приводят к общему среднему СО S , если - нет, то объединяют в n однородных (по СО) групп ($n \leq m$) и усредняют СО в каждой однородной группе; получают n средних значений СО \bar{S}_u ($u = \overline{1, n}$) с φ_u степенями свободы ($\varphi_u \geq f$). Полученные СО (S или S_u) используют для проверки значимости отличия средних значений погрешностей $\bar{\Delta}_i$, в группах от нуля.

Теперь **сформулируем подлежащие проверке гипотезы.** Рассмотрим m случайных величин Δ_j , распределенных по нормальному закону с центрами γ_j и СО σ_j ($j = \overline{1, m}$). Известны выборочные оценки параметров $\Delta_j \rightarrow v_j$ и $S_j \rightarrow \sigma_j$ с f степенями свободы; $f = N - 1$; N - объем каждой выборки. Необходимо проверить нулевые гипотезы о равенстве пар СО

$$H_{ij_0}^\sigma : \sigma_i = \sigma_j, \quad 1 \leq i < j \leq m \quad (1)$$

против двухсторонних альтернатив $H_{ij_1}^\sigma : \sigma_i \neq \sigma_j$. Всего $l = C_m^2 = m(m-1)/2$ нулевых гипотез $H_{ij_0}^\sigma$ и $K = 2l = m(m-1)$ альтернатив (каждая альтернатива двухсторонняя).

Затем необходимо проверить m гипотез

$$H_{j_0}^v : v_j = 0; \quad j = \overline{1, m} \quad (2)$$

против m двухсторонних альтернатив $H_{j_1}^v : v_j \neq 0$.

При анализе погрешностей нулевые гипотезы (1) и (2) являются предпочтительными. Действительно, принятие всех гипотез (1) обеспечивает самую эффективную оценку CO , \bar{S} , а принятие гипотез (2) свидетельствует о высоком качестве измерения (отсутствие систематической составляющей погрешности). Поэтому, согласно рекомендациям [7, с. 9], выбирают критический уровень значимости $\alpha_{кo}$, если предпочтительна гипотеза H_0 , из интервала $0 < \alpha < 0,001$, когда ответственность за вывод предельно мала; $0,001 \leq \alpha < 0,03$ - малая; $0,03 \leq \alpha < 0,1$ - обычная; $0,1 \leq \alpha < 0,3$ - большая и $0,3 \leq \alpha < 1$ - предельно большая.

Условие отклонения гипотез (1) можно выразить с помощью критерия Фишера-Бонферрони [7, с. 10]

$$F_{f_1, f_2, \alpha/k} < \hat{F}_{i,j} = \max\{S_i^2, S_j^2\} / \min\{S_i^2, S_j^2\}, \quad (3)$$

где $F_{f_1, f_2, \alpha}$ - критическое значение статистики, зависящее от чисел степеней свободы числителя f_1 , знаменателя f_2 , уровня значимости α {здесь $\alpha = \alpha/k = \alpha/[m(m-1)]$ }; $\hat{F}_{i,j}$ - выборочное значение статистики.

Имеет смысл перед началом проверки каждой из гипотез (1) сделать проверку сразу всех гипотез (1) с помощью статистики

$$F_{f, f, \hat{\alpha}} = \max_j \{S_j^2\} / \min_j \{S_j^2\}, \quad (4)$$

а условие отклонения гипотез (1) записать как $k\hat{\alpha} = m(m-1)\hat{\alpha} < \alpha$ [7, с. 13], где $\hat{\alpha}$ - оценка уровня значимости, определяемая с помощью таблиц распределения Фишера, аппроксимаций [3, с. 444; 7, с. 13] или номограммы [8] в зависимости от значений f, f и F [7, с. 8].

Условия отклонения гипотез (2) имеют вид [6]

$$F_{1, \varphi_u, \alpha/m}^{0,5} < \hat{t}_{ju} = \left| \frac{\bar{\Delta}_j}{\bar{S}_u} \right| N^{0,5} / \bar{S}_u; \quad j = \overline{1, m}; \quad u = \overline{1, n}, \quad (5)$$

где $F_{1, \varphi_u, \alpha/m}^{0,5}$ - критическое значение статистики Фишера; \hat{t}_{ju} - выборочное значение статистики Стьюдента; φ_u - число степеней свободы $CO \bar{S}_u$ в каждой из n однородных по CO групп. (Заметим, что $F_{1, \varphi_u, -\alpha/m}^{0,5} = t_{\varphi_u, \alpha/2m}$ - критическое значение статистики Стьюдента).

Опишем МДИ для попарного сравнения CO . Построим сначала интервальную оценку одного $CO \sigma$ с помощью оценки $S \rightarrow \sigma$ с f степенями свободы. Для этого воспользуемся тем, что статистика S^2/f^2 имеет распределение Фишера с $f_1 = f$ и $f_2 = \infty$ степенями свободы [3, с. 290] ($S^2/\sigma^2 = F_{f, \infty}$). Определим нижнюю S_H и верхнюю S_B границы ДИ:

$$S_H = S / F_{f, \infty, p/2}^{0,5}; \quad (6)$$

$$S_B = SF_{\infty, f, p/2}^{0,5}, \quad (7)$$

где $F_{f_1, f_2, P/2}$ определено выше. Доверительная вероятность для ДИ (S_H, S_B) равна $1 - P$.

Для графического представления ДИ CO рекомендуется использовать логарифмическую бумагу, на которой отношению величин соответствует разность их логарифмов. Это позволяет выделить в ДИ два неравных плеча (рис. 3): верхнее δ_{1B} и нижнее δ_{1H} :

$$\delta_{1B} = 1gS_B - 1gS; \quad (8)$$

$$\delta_{1H} = 1gS - 1gS_H. \quad (9)$$

Из выражений (6) -(9) следует, что,

$$\delta_{1B} = 0,5 \lg F_{\infty, f, p/2}; \quad (10)$$

$$\delta_{1H} = 0,5 \lg F_{f, \infty, p/2}. \quad (11)$$

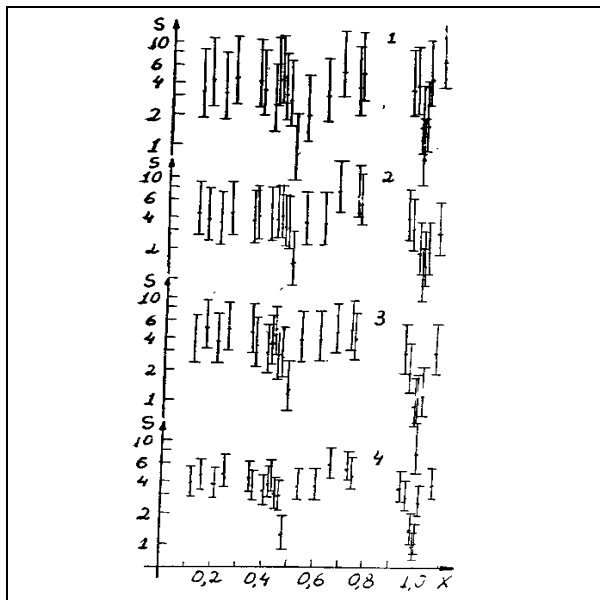


Рис 3. Точечные и интервальные оценки среднеквадратических отклонений (S , %) погрешности определения опытными операторами на глаз показаний стрелок на тестовой таблице (рис. 1) в зависимости от действительных значений (X), по данным: 1 - технологов (длина деления $d = 100$ мм); 2 - аналитиков ($d = 100$ мм); 3 - аналитиков ($d = 5$ мм); 4 - технологов и аналитиков (усредненные показатели; $d \in \{5; 100\}$ мм).

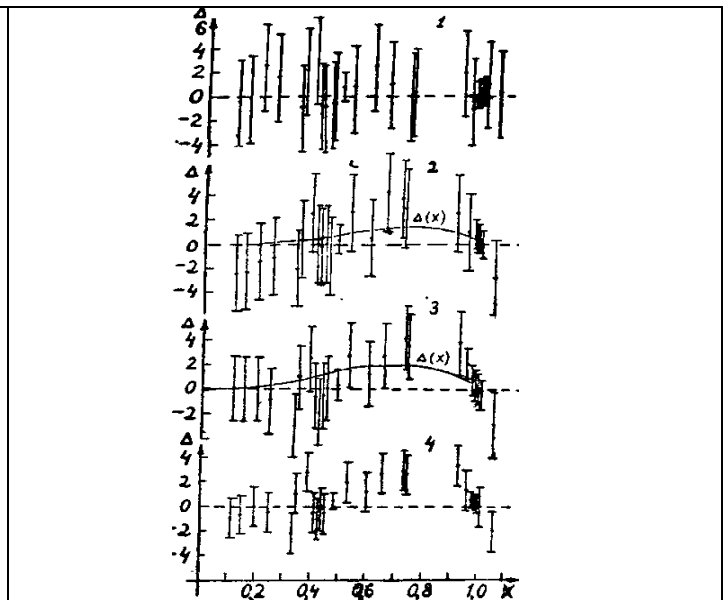


Рис 4. Точечные и интервальные оценки систематических составляющих (Δ , %) погрешности определения опытными операторами на глаз показаний стрелок на тестовой таблице (рис. 1) в зависимости от действительных значений (X), по данным:
1 - технологов (длина деления $d = 100$ мм), 2 - аналитиков ($d = 100$ мм); 3 - аналитиков ($d = 5$ мм); 4 - технологов и аналитиков (усредненные показатели; $d \in \{5; 100\}$ мм). $\hat{\Delta}(X)$ - графики эмпирической функции регрессии (20).

Критерий (3) для проверки гипотез (1) в частном случае при $m = 2$ имеет вид [7, с. 8]:

$$F_{f,f,\alpha/2} < \hat{F}_{1;2} = \max\{S_1^2, S_2^2\} / \min\{S_1^2, S_2^2\}. \quad (12)$$

Теперь на график (рис. 3) наносим две интервальные оценки:

$$(\lg S_{Hu}, \lg S_{Bu}) = (\lg S_u - \delta_{2H}; \lg S_u + \delta_{2B}), \quad u = \overline{1,2}; \quad (13)$$

где δ_{2H} и δ_{2B} - нижнее и верхние плечи ДИ, построенные с помощью формул (10) и (11) так, что на заданном уровне значимости α условие (3) отклонения гипотезы H_{120}^σ (1) имеет вид

$$\lg S_1 - \lg S_2 > \delta_{2H} + \delta_{2B} \quad \text{при } S_1 > S_2, \quad (14)$$

или

$$\lg S_2 - \lg S_1 > \delta_{2H} + \delta_{2B} \quad \text{при } S_1 < S_2. \quad (15)$$

Определим доверительную вероятность $1 - P$, которой соответствуют ДИ (13). Пусть для определенности $S_1 > S_2$. Заменяем знаки неравенств в выражениях (12) и (14) на знаки равенства; равенство (12) позволяет заменить левую часть равенства (14) $\lg S_1 - \lg S_2$ на $0,5 \cdot \lg F_{f,f,\alpha/2}$; равенства (10) и (11) дают возможность заменить правую часть равенства (14) на

$$0,5 (\lg F_{f,\infty,P/2} + \lg F_{\infty,f,P/2}).$$

После элементарных преобразований получим зависимость $1 - P$ от α и f в неявном виде:

$$F_{f,f,\alpha/2} = F_{f,\infty,P/2} F_{\infty,f,P/2}. \quad (16)$$

Для решения уравнения (16) относительно $1 - P$ можно с помощью номограммы [8, рис. 1 и 2] построить графики функции $\alpha = \alpha(f, P)$ в координатах $\lg \alpha - \lg P$, а затем по значениям f и α определить $1 - P$.

Эмпирическая аппроксимация функции (16) имеет вид

$$P = 0,975 (\alpha f)^{0,715} f^{0,138} \quad (17)$$

с относительной погрешностью, не превышающей 14%.

МДИ проверки гипотез (1) в общем случае ($m > 2$) заключается в сравнении построенных

на графике m интервальных оценок СО σ_j по формуле (13) с доверительной вероятностью $1 - P$, определенной, в свою очередь, путем решения относительно $1 - P$ следующего уравнения:

$$F_{f, f, \alpha(2l)} = F_{f, \infty, P/2} F_{\infty, f, P/2}. \quad (18)$$

Это уравнение получено точно так же, как и уравнение (16), и отличается от него лишь переменной l .

Для решения уравнения (18) относительно $1 - P$ можно воспользоваться решением уравнения (16), если в уравнении (18) заменить величину α/l на α [см. аппроксимацию (17)].

Опишем теперь МДИ для проверки гипотез (2).

Нижняя $\hat{\Delta}_{jun}$ и верхняя $\hat{\Delta}_{jvb}$ границы ДИ для систематической составляющей v_j определяются соотношениями [6, 7]:

$$\hat{\Delta}_{jun} = \hat{\Delta}_j - d_u; \hat{\Delta}_{jvb} = \hat{\Delta}_j + d_u; d_u = F_{1, \varphi_u, \alpha/m}^{0,5} \bar{S}_u N^{-0,5}, \quad (19)$$

где $j = \overline{1, m}$; $u = \overline{1, n}$; d_u - полуразмах ДИ; доверительная вероятность $1 - P$ для ДИ ($\hat{\Delta}_{jun}, \hat{\Delta}_{jvb}$) равна $1 - \alpha/m$. Проверяемые гипотезы H_{jo}^v (2) не отклоняются, когда ДИ ($\hat{\Delta}_{jun}, \hat{\Delta}_{jvb}$) охватывают значения параметра v_j , равные нулю.

Пример. Приведем некоторые промежуточные результаты расчета изложенным МДИ интервальных оценок погрешностей в группах данных, объединенных профессией $q = 3$ (аналитики), длиной деления шкалы $d = 100$ мм, действительными значениями доли X_j ($j = \overline{1, m}$, $m = 24$, табл. 1). Объемы выборок в каждой группе $N = 16$; максимальная СО $S_{15} = 7\%$; среднее в этой группе $\Delta_{15} = 4,43\%$; $X_{15} = 0,662$; минимальное СО $S_{21} = 1\%$; $\bar{\Delta}_{21} = 0,5\%$; $X_{21} = 0,99$ (см. точки на рис. 3 и 4, 2); числа степеней свободы всех СО $f = N - 1 = 15$. Зададим критический уровень значимости $\alpha_{ко} = 0,05$. Число проверяемых гипотез (1) $l = m(m - 1)/2 = 24 \cdot 23/2 = 276$; число альтернатив $k = 2l = 552$.

По формуле (4) проверим все гипотезы (1): $\hat{F}_{15;15;\alpha} = 7^2/1^2 = 49$. Зная $f_1 = f_2 = f = 15$ и $\hat{F} = 49$ по номограмме [8, рис. 2] (см. раздел 1.2.2.), находим $\hat{\alpha} < 10^{-5}$. Поскольку $k\hat{\alpha} < 5,52 \cdot 10^{-3} < \hat{\alpha} = 0,05$, все гипотезы (1) принять нельзя. Можно приступить к проверке гипотез (1) МДИ. По формуле (17) $P = 0,975 \cdot (0,05/276)^{0,715} \cdot 15^{0,138} = 0,003$. Зная $f = 15$ и вероятность $P/2 = 0,0015$, по номограмме [8, рис. 2] находим $F_{\infty;15;0,0015} = 4,3$; $F_{15;\infty;0,0015} = 2,8$ (вместо бесконечности ∞ брали число 10^5). По формуле (10) $\delta_{24в} = 0,5 \cdot \lg 4,3 = 0,32$; по формуле (11) $\delta_{4н} = 0,22$. Согласно формуле (13), на график (рис. 3, 2) нанесли 24 интервальные оценки. Например, для максимальной СО получили $(\lg S_{15н}, \lg S_{15в} = \lg 7 - 0,22; \lg 7 + 0,32) = (\lg 4; \lg 15)$. Такой же результат дает непосредственный расчет по формуле (6): $S_{15н} = 7/2,8^{0,5} = 4\%$ и по формуле (7) $S_{15в} = 7 \cdot 4,3^{0,5} \approx 15\%$. Из рис. 3 (2) видно, что 24 СО S_j можно разделить на две однородные группы (табл. 2) более точных показаний при $X \in [0,989; 1,014]$ и $X = 0,487$ со средним СО $\bar{S}_1 = 1,5$; $f_1 = 75$ (найдено по пяти однородным СО) и менее точных показаний при $X \in [0,06; 0,989]$ и $X \neq 0,487$ со средним СО $\bar{S}_2 = 4,1$; $f_2 = 285$ (по 19-ти однородным СО).

Теперь рассчитаем ДИ по формуле (19). Выше определили $n = 2$ (группы СО). Для первой группы ($u = 1$): $f_1 = 1$; $f_2 = \varphi_1 = 75$; вероятность $\alpha/m = 0,05/24 \approx 0,002$. По номограмме [8, рис. 1] $F \approx 10$; $d_1 = 10^{0,5} \cdot 1,5 \cdot 16^{-0,5} = 1,2\%$. Для $u = 2$: $f_1 = 1$; $f_2 = \varphi_2 = 285$; $\alpha/m = 0,002$; $F \approx 9$; $d_2 = 9^{0,5} \cdot 4,1 \cdot 16^{-0,5} = 3,1$. Построим ДИ для v_{15} . $\hat{\Delta}_{15;2;н} = 4,43 - 3,1 = 1,33\%$; $\hat{\Delta}_{15;2;в} = 4,43 + 3,1 = 7,53\%$ (см. рис. 4, 2). Аналогично построены остальные ДИ на рис. 4.

Таблица 2

Распределение среднеквадратического отклонения (S) погрешности оператора при считывании показаний стрелки со шкалы

Профессия операторов	Шкала		Действительные значения, X	СО S , %	Число степеней свободы, φ
	Носитель	d , мм			

Математики	Штангенциркуль Рисунки на карточках Тестовая таблица	1	[0;1]	5,4	27		
		100	[0;1]	6,0	329		
Технологи	(см. рис. 1)	100	0,487; [0,989; 1]	1,2	40		
Аналитики			То же			$X \neq 0,487$ [0,014; 0,989]	3,9
То же	"	5	0,487; [0,989; 1,014]	1,5	75		
			$X \neq 0,487$ [0,06; 0,989]			4,1	285
Технологи и аналитики	"	5	0,487 [0,961; 1,014]	1,2	120		
			$X \neq 0,487$ [0,06; 0,961]			3,9	360
			0,487; [0,989; 1]			1,2	188
		100	$X \neq 0,487$ [0,014; 0,989]	3,9	940		

Рис. 4 (2, 3) наглядно свидетельствует о **тенденции опытных аналитиков к завышению показания стрелки прибора** в случае, когда действительные значения доли находятся в пределах между 0,5 и 1. Для количественного описания этого явления воспользуемся методом регрессионного анализа [9]. Полагаем, что все особенности поведения систематической составляющей погрешности считывания $\hat{\Delta}(X)$ могут быть учтены с помощью полинома четвертого порядка (по X):

$$\hat{\Delta}(X) = 0,039 - 0,27X + 1,4X^2 - 1,16X^3 + (0,273X - 0,038 - 0,45X^2 + 0,212X^4) \lg(5,26 + 0,95d). \quad (20)$$

СО остаточной погрешности этой формулы $S_{0\Delta} = 3,7\%$; все коэффициенты значимы на уровнях значимости, меньших $\alpha = 0,006$; $X \in [0, 1]$. **Графики этой функции, приведенные на рис. 4 (2, 3), позволяют вносить поправки при считывании опытными аналитиками показаний стрелочного измерительного прибора.**

В работе не приводятся рисунки, иллюстрирующие анализ погрешностей математиков, так как эти погрешности лишены разнообразия: все случайные составляющие оказались однородными (см. табл. 2); все систематические составляющие незначимо отличны от нуля (общие средние погрешности $\bar{\Delta}_j$ при считывании показаний со штангенциркуля и карточек (табл. 1) составляют 2 и - 0,24%; соответствующие уровни значимости - 0,05 и 0,5).

Из рис. 3 видно, что случайные составляющие погрешности разделились на две группы: группу более точных показаний ($\bar{S}_1 = 1,1\%$, $f_1 = 186$) в окрестностях действительных значений X , примыкающих к точкам 0, 0,5 и 1, и группу менее точных показаний ($\bar{S}_2 = 3,8\%$, $f_2 = 929$) - при других значениях X (рис. 5). Гипотезы о нормальном распределении этих двух групп погрешности отклонены по критериям моментов [7] и хи-квадрат [3] на уровнях значимости, меньших 0,004. Распределение более точных показаний (рис. 5) весьма своеобразно: среди большого числа малых погрешностей изредка встречаются очень большие. Бимодальность этого распределения объясняется тем, что многие операторы считывали различные позиции М, Р, У, Э стрелки в окрестности метки $X = 1$ в тестовой таблице (см. рис. 1) как одну позицию $\hat{X} = 1$.

Хотя оценки $\hat{\gamma}$ и $\hat{\psi}$ (рис. 5) параметров γ и ψ распределения менее точных показаний значимо отличны от нуля (методом моментов [7, с. 16] оценен уровень значимости $\hat{\alpha} = 0,003$), но они столь малы, что с малой ответственностью за вывод все же можно говорить о нормальном распределении (то есть считать $\gamma = \psi = 0$).

Заметим, что, поскольку, строго говоря, погрешность Δ не подчиняется нормальному закону распределения, для сравнения распределений в группах следовало бы использовать непараметрические методы [10]. Однако в данном случае предположение о нормальном распределении использовалось «временно» - лишь для предварительной сортировки групп

погрешностей.

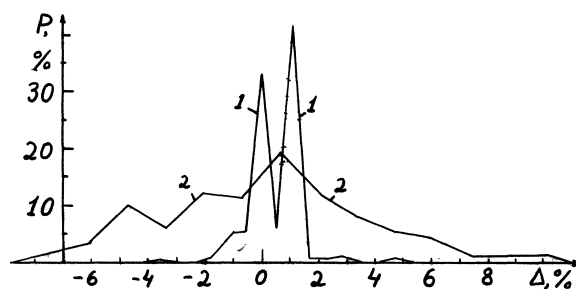


Рис. 5. Полигоны распределений погрешности (Δ , %) определения опытным оператором на глаз показаний стрелки на тестовой таблице (см. рис. 1), P - вероятность, %;

1 - распределение более точных показаний в области действительных значений

$X \in \{[0; 0,01] \cup [0,49; 0,51] \cup [0,99; 1]\}$; объем выборки $N_1 = 191$; среднее $\bar{\Delta}_1 = 0,43\%$; СО $\bar{S}_1 = 1,1$; коэффициент асимметрии $\bar{\gamma}_1 = 0,01$; коэффициент эксцесса $\hat{\psi}_1 = 4,1$; 2 - распределение менее точных показаний в области $X \in \{(0,01; 0,49) \cup (0,51; 0,99)\}$; $N_2 = 948$; среднее вычисляется по формуле (20); СО $\bar{S}_2 = 3,8\%$; $\hat{\gamma}_2 = 0,19$; $\hat{\psi}_2 = 0,02$; грубые погрешности показания исключены.

Приведенные на рис. 1 тестовая таблица, методики тестирования и обработки результатов наблюдений могут быть использованы при индивидуальной аттестации операторов. Полученные статистические характеристики погрешностей могут быть применены для расчета статистических характеристик различных методов измерения физических параметров, конструирования шкал приборов и инженерных номограмм.

Задачи дальнейших исследований.

Приобретенный опыт показывает, что для тестирования операторов в будущих исследованиях необходимо готовить тестовые таблицы, подобные таблице, представленной на рис. 1, которые включают действительные значения X на интервале $[0; 1]$. Следует ожидать, что параметры ν , σ , γ и ψ вдоль интервала $[0; 1]$ меняются плавно и имеют особенности в областях $[0; E_1]$; $[0,5 - E_2; 0,5 + E_3]$ и $[1 - E_4; 1]$, где E_i - малые числа. Поэтому в тестовых таблицах рекомендуется использовать 10 - 15 действительных значений X , располагая их в указанных областях часто (по два - три значения) и в оставшихся двух областях ($E_1; 0,5 - E_2$) и $(0,5 + E_3; 1 - E_4)$ - редко.

Благодарности.

Идея проведения экспериментов с фотографиями шкал принадлежит канд. хим. наук А. Г. Ивкову; им же совместно с инженером Т. В. Трофимовой выполнено тестирование технологов и аналитиков; графическая и вычислительная обработка данных выполнены математиками-программистами В. П. Чайкой, Т. В. Трофимовой, И. Ю. Едвабник и Н. Н. Дударевой. Всем им автор выражает искреннюю признательность.

Литература

1. Тюрин Н. И. Введение в метрологию. - М.: Изд-во стандартов, 1976. - 304 с.
2. Хованский Г. С. Номография сегодня. - М.: Знание, 1987. - 32 с.
3. Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных: Справ. изд. - М.: Финансы и статистика, 1983. - 471 с.
4. Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: Исследование зависимостей: Справ. изд. - М.: Финансы и статистика, 1985. - 487 с.
5. Савин С. С., Степанова М. Д. Двухфакторный дисперсионный анализ (P2V) // Программное обеспечение ЭВМ. Ч. 2 / Ин-т математики АН БССР. - Минск, 1983. - Вып. 44. - С. 105 - 112.
6. Цейтлин Н. А. Проверка гипотез методом доверительных интервалов // Методы математической статистики в основной химии: Труды. Т. 55 / НИОХИМ. - Харьков, 1981. - С. 82 - 89.
7. Цейтлин Н. А. Применение методов математической теории эксперимента в содовой промышленности: Обзорн. инф. Сер. Содовая промышленность. - М.: НИИТЭХИМ, 1984. - 36 с.
8. Цейтлин Н. А. Определение верхнего допустимого предела случайной погрешности измерения технологического параметра при планировании эксперимента // Настоящий сборник. - С. 167 - 176.
9. Рудай А. Н., Цейтлин Н. А., Рудай В. И., Ицков Ф. Э. Разработка рациональных процедур для программы линейного регрессионного анализа // Статистические методы в основной химии: Труды. Т.

63/НИОХИМ. - Харьков, 1986. - С. 72 - 84.

10. Фомин В. Н., Орлов А. И., Миронова Н. Г., Черномордик О. М. Методика проверки однородности двух выборок параметров продукции при оценке ее технического уровня и качества. - М.: ВНИИС, 1987. - 116 с.